

Per la lezione:

- 3 Scomposizione di polinomi: raccoglimento



Alcune sequenze numeriche presentano regolarità inaspettate.

Considera un numero naturale formato da due cifre, ad esempio 27, e costruisci il numero che si ottiene scambiando fra di loro le cifre delle decine e delle unità:

Addiziona ora i due numeri e scomponi in fattori primi il risultato: $27 + \dots = \dots$

Ripeti il calcolo con altri numeri di due cifre e scomponi ancora in fattori primi la somma: ci sono, tra i vari risultati, fattori primi comuni? Confrontati anche con i risultati ottenuti dai tuoi compagni.

Potresti aver trovato una regolarità nella scomposizione in fattori delle varie somme: quanto tale regolarità dipende da particolari numeri che hai scelto?

Prova a lavorare con un numero maggiore di esempi, utilizzando il foglio di calcolo di GeoGebra.



Attività con GeoGebra Algebra per dimostrare

Esplora con il foglio di calcolo

	A	B	C	D	E
1	prima cifra	seconda cifra	primo nume...	secondo num...	somma
2	2	9	29	92	121
3	6	3	63	36	99
4	9	3	93	39	132
5	8	4	84	48	132

- Definisci le due cifre del primo numero. Puoi chiedere al software di generare a caso sia la prima sia la seconda cifra. In A2 inserisci l'istruzione *random(1,9)*, per generare un numero intero a caso fra 1 e 9; scrivi la stessa istruzione in B2.
- Copia il contenuto delle celle A2 e B2 nelle righe sottostanti, sino a ottenere 50 coppie di numeri casuali.
- Componi il numero di due cifre: la cifra contenuta nella colonna A è quella delle decine, mentre la cifra contenuta nella colonna B costituisce le unità. In C2 inserisci la formula del numero di due cifre in forma polinomiale: $=A2* \dots + \dots$. In D2 componi il numero di due cifre che si ottiene scambiando fra di loro le decine e le unità del numero precedente: $= \dots * \dots + \dots$. Nella cella E2 inserisci la somma $C2+D2$.
- Copia le formule per tutte le 50 coppie di numeri casuali che hai generato.

Ritrovi una regolarità tra i fattori dei numeri di colonna E?

Puoi chiedere a GeoGebra di scomporre in fattori primi le diverse somme: inserisci, nella cella F2 il comando $=FattoriPrimi(E2)$ e copia la formula per tutti i valori della colonna F. Osserva i risultati: confermano le tue ipotesi?

Che cosa hanno in comune tutte le somme dei due numeri che si ottengono scambiando l'ordine delle cifre?

Generalizza

Si potrebbe obiettare che l'esame di un numero molto elevato di casi non basta per dichiarare una regola generale; in effetti potrebbe succedere che, tra gli esempi che hai considerato, non ci siano proprio quei numeri che negano la validità generale della regola. Quindi, al di là dei casi singoli, occorre fare un ragionamento generale.

Indica con *a* e *b* le cifre dei due numeri e scrivi in forma polinomiale il primo numero: e il secondo numero: Somma i due polinomi che hai ottenuto e applica la proprietà distributiva al risultato, raccogliendo il fattore comune:

$$(\dots) + (\dots) = \dots \cdot 10 + \dots + \dots \cdot 10 + \dots = \dots a + \dots b = \dots \cdot (a + b)$$

La somma dei due numeri è stata scomposta in due fattori, uno dei quali è un numero, e non dipende dalla scelta delle cifre *a* e *b*: da questo risultato si può dedurre che la somma è sempre divisibile per

La conclusione che si può trarre da questo risultato è del tutto generale: è una vera e propria dimostrazione condotta con le proprietà del calcolo algebrico. Prova a formulare il teorema che hai dimostrato, evidenziando ipotesi e tesi:

.....

.....

Valigie ed espressioni algebriche

2 Attività

Secondo le linee guida dell'ENAC, Ente nazionale per l'Aviazione Civile, un passeggero che viaggia in aereo può portare con sé un bagaglio a mano tale che la somma delle dimensioni non superi complessivamente 115 cm. Ogni compagnia aerea, tenendo conto della norma citata, stabilisce quali possono essere la profondità, la larghezza e la lunghezza di una valigia che sale a bordo con il passeggero. Dalle dimensioni medie delle cappelliere degli aerei si stima che fra le misure della profondità e della lunghezza di un bagaglio a mano deve intercorrere la relazione seguente, con le misure espresse in centimetri: larghezza = profondità + 25.

Scrivi le relazioni fra misure in forma algebrica

Sempre riferendoti a misure espresse in centimetri, se x è la misura della profondità della valigia, la misura della sua larghezza è e quella della lunghezza 115 = $90 - 2x$.

Esaminiamo qual è la capienza di una valigia, ricavando la misura del volume.

$$V(x) = x \cdot (x + 25) \cdot (90 - 2x). \quad (1)$$

L'espressione (1) di $V(x)$ è quella di un polinomio scomposto in fattori; sviluppando i calcoli si ottiene:

$$V(x) = -2x^2 - \dots + \dots x. \quad (2)$$

L'espressione (2) di $V(x)$ è quella di un polinomio

Qual è il grado del polinomio che hai ricavato?

Il valore numerico che si assegna a x può essere negativo o nullo? Perché?

..... Rifletti sui due modi di esprimere il polinomio $V(x)$, in forma scomposta in fattori o in forma normale. La prima forma mantiene le informazioni del contesto, relative alle dimensioni delle valigie, mentre la seconda è utile soltanto per ricavare la misura del volume al variare di x .

Interroga le espressioni algebriche

Per avere valigie maneggevoli e di una certa capienza, le case produttrici hanno stabilito che la profondità possa variare fra 17 cm e 24 cm; come variano, in conseguenza, le misure minime e massime di lunghezza e larghezza? Quale tra le forme (1) e (2) di $V(x)$ è più conveniente per ricavare queste informazioni?

.....

All'aumentare della profondità, la larghezza aumenta o diminuisce? E la lunghezza?

.....

È maggiore la capienza di una valigia che rispetti le relazioni fra dimensioni e sia lunga 42 cm o di una valigia lunga 56 cm? Esprimi le misure in dm^3 .

.....

.....

Per le lezioni:

- 3 Scomposizione di polinomi: raccoglimento
- 4 Scomposizione di polinomi: prodotti notevoli
- 5 Altri metodi di scomposizione

